Résolution d'équations du 1er degré

1) Exemple de résolution d'équation du 1er degré pas à pas

Une équation du premier degré est le type d'équation le plus simple à résoudre, et se rencontre sur des exemples de la vie quotidienne.

On reprend ici la situation traitée dans le pré-requis 1 :

le coût f(x) d'un trajet de x km en taxi est : $f(x) = 1{,}25\ x + 5$

Pour quelle distance le prix à payer pour le trajet parcouru sera-t-il de 36,25 € ?

Cela revient à résoudre l'équation : $1{,}25\ x + 5 = 36{,}25$.

De manière générale, toute équation se résout en effectuant des transformations successives, qui permettent progressivement de remplacer l'équation donnée par une équation plus simple.

On utilise ici deux règles de calcul qui sont rappelés dans les encadrés.

étape 1

en ajoutant – 5 aux deux membres de l'égalité

$$1{,}25\ x + 5 = 36{,}25$$

On obtient :

$$1{,}25\ x + 5 - 5 = 36{,}25 - 5$$

soit :

$$1{,}25\ x = 36{,}25 - 5$$

donc :

$$1{,}25\ x = 31{,}25$$

étape 2

en divisant les deux membres de cette dernière égalité par 1,25, on obtient enfin :

$$x = \frac{31{,}25}{1{,}25} = 25$$

Règle n°1

Quand on ajoute ou retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité,
on obtient encore une égalité.

Règle n°2

Quand on multiplie ou divise les deux membres d'une égalité par un même nombre,
on obtient encore une égalité.

2) Présentation usuelle des calculs

Quand on résout une équation du 1er degré, il n'y a habituellement pas lieu de rappeler les règles de calcul utilisées, ni de détailler toutes les étapes. Par exemple on pourra écrire directement :

$$1,25\ x + 5 = 36,25$$

équivaut à :

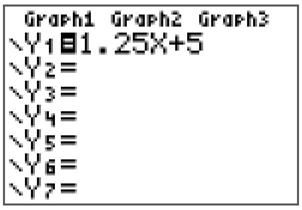
$$1,25\ x = 31,25$$

d'où :

$$x = \frac{31,25}{1,25} = 25$$

3) Vérification avec la calculatrice

Lorsqu'on résout une équation, il est toujours prudent de vérifier que la ou les valeurs obtenues sont solutions de l'équation. Le risque de se tromper sur les calculs précédents est faible. La vérification sera utile surtout avec des équations plus compliquées.



Puisqu'on a déjà (pré-requis 1) entré la fonction dans la variable fonction Y_1, il suffit de vérifier la valeur de la fonction pour la valeur x = 25

Y_1(25

36.25

- soit par lecture dans la table
- soit par la séquence **var/VAR-Y=/Y1/(25)/entrer**

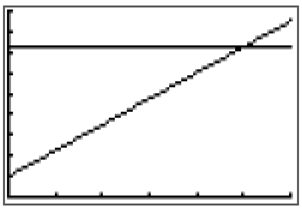
4) Recherche de la solution avec la calculatrice

La calculatrice peut aussi donner la solution de l'équation. Plusieurs méthodes sont possibles. On présente ici la méthode graphique, à partir de la représentation graphique de la fonction (voir pré-requis 1).

La valeur x pour laquelle f(x) = 36,25 est l'abscisse du point d'intersection de la droite qui représente la fonction f, et de la droite d'équation y = 36,25, parallèle à l'axe des abscisses.

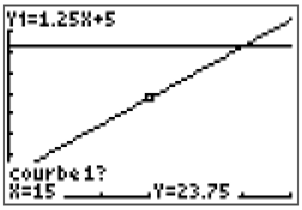
On commence donc par définir Y_2 = 36,25.

Avec la fenêtre graphique définie dans le pré-requis 1,
On obtient la représentation graphique ci-contre.



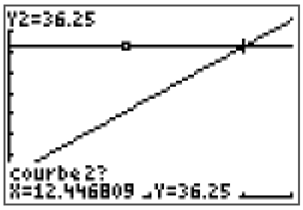
2nde/calculs/5 va permettre de chercher l'abscisse du point d'intersection des deux droites.

La première courbe est celle de la fonction affine définie dans Y_1 (affichée en haut à gauche).



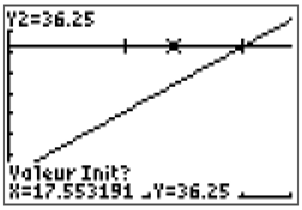
Les touches flèches haut ↑ et bas ↓ permettent de basculer la marque de sélection sur l'une ou l'autre des deux droites. Valider par **Entrer** sur la droite de Y_1

Valider par **Entrer** la courbe 2 comme étant celle de Y_2



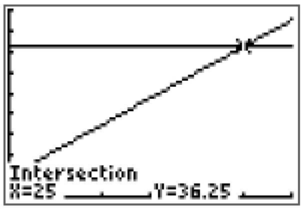
(sur ces 2 écrans, les valeurs X et Y affichées en bas indiquent la position courante du curseur ; elles n'ont pas d'importance)

Les deux droites de cet exemple n'ont évidemment qu'un seul point d'intersection. Pour certaines courbes représentatives de fonctions non affines, il pourra y avoir plusieurs points d'intersection. Dans ce cas, la **valeur initiale** attendue est une valeur proche de l'abscisse du point d'intersection cherché



Déplacer le curseur légèrement sur la droite éventuellement et valider par **entrer**

La calculatrice affiche la solution x = 25.



Remarque : le plus souvent, cette méthode donne une valeur « approchée » de la solution, et pas la valeur exacte (voir pré-requis 5)