

Note 2 de la page 12

Les calculs de proportion peuvent nécessiter de savoir remplacer la formule de base : $p = \frac{n}{N}$

par une formule équivalente ; en mathématiques, il vaut mieux en effet retenir quelques formules simples, et savoir les transformer si besoin.

Exemple 1 : sachant que la proportion des filles de 25 ans ou moins dans le rassemblement des jeunes est 35,10 %, quel est l'effectif des filles de 25 ans ou moins (avec les données du test 1) ?

Notons n cet effectif ; on a donc : $\frac{n}{2980} = 0,351$

La propriété rappelée ci-contre permet d'écrire :

$$n = 0,351 \times 2980 = 1045,95 \approx 1046$$

En effet $\frac{n}{2980} \times 2980 = n$ (et on dit dans ce cas qu'on fait une simplification par 2980).

Une autre manière d'aborder la résolution de cette équation est de considérer que l'équation peut s'écrire :

$$\frac{n}{2980} = \frac{0,351}{1}$$

On utilise alors la règle du produit en croix : l'égalité des deux quotients se traduit par :

$$n \times 1 = 0,351 \times 2980$$

Les calculs présentés sur cet exemple numérique reviennent à écrire que la formule :

$$p = \frac{n}{N}$$

est équivalente à la formule :

$$n = p \cdot N$$

dans laquelle le signe \cdot désigne une multiplication ; quand il n'y a pas d'ambiguïté, on s'autorise aussi à écrire $n = pN$ (sans \cdot ou sans signe \times)

Propriété utilisée :
quand on multiplie les deux membres d'une égalité par un même nombre, on obtient à nouveau une égalité.

Produit en croix :

Etant donnés 4 nombres non nuls a, b, c, d
l'égalité

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

équivaut à :

$$a \cdot d = b \cdot c$$

C'est une conséquence de la propriété précédente, en multipliant les 2 fractions par le produit $b \cdot d$

Exemple 2 : sachant les filles de 25 ans ou moins représentent 61,6 % de l'effectif féminin à ce rassemblement, quel est le nombre total de femmes dans ce rassemblement ?

Notons N le nombre total de femmes dans ce rassemblement. D'après le résultat de l'exemple 1, on a donc :

$$0,616 = \frac{1\,046}{N}$$

En utilisant deux fois la 1^{ère} propriété ci-dessus, on a successivement :

$$0,616 N = 1\,046$$

puis :

$$N = \frac{1\,046}{0,616} \simeq 1\,698$$

Noter qu'il est plus rapide d'utiliser la propriété ci-contre :

(on est dans le cas $b = 1$)

la solution de l'équation

$$0,616 = \frac{1\,046}{N}$$

s'obtient en échangeant 0,616 et N :

$$N = \frac{1\,046}{0,616}$$

Echange en diagonale :

Etant donnés 4 nombres non nuls a, b, c, d
l'égalité

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

équivaut à :

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$