Note 46 page 75

Opérations sur les matrices

1. Le format d'une matrice

La matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ est une matrice à 2 lignes et 3 colonnes ;
on dit qu'elle est de format (2×3) ; cette matrice comporte 6 coefficients.

Le format d'une matrice est la donnée $(n\times m)$ du nombre de lignes n est du nombre de colonnes m
Une matrice de format $(n\times m)$ comporte $n\times m$ coefficients.

2. Le produit d'une matrice par un nombre réel a

s'obtient en multipliant chaque coefficient de la matrice par ce nombre. Par exemple :

$$3\begin{pmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -3 & 15 \\ 0 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

Un tel produit est possible pour toute matrice.

3. La somme de deux matrices A et B

est possible à condition que les deux matrices A et B aient le même format, et s'obtient en additionnant deux à deux les coefficients qui sont à la même position :

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

4. La transposée d'une matrice A

La transposée d'une matrice A est la matrice notée ${}^tA$ dont les lignes sont les colonnes de la matrice A.

Par exemple si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ on a ${}^tA = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$; de même si $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ on a ${}^tB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Pour toute matrice A, il est possible de calculer sa transposée, et on a les propriétés suivantes :

1) si A est de format $(n\times m)$ alors = ${}^tA$ est de format $(m\times n)$
2) ${}^t({}^tA) = A$ la transposée de la transposée est la matrice de départ
3) ${}^t(A + B) = {}^tA + {}^tB$ la transposée d'une somme est la somme des transposées